

# I GIOVEDI' CULTURALI

ANNO SCOLASTICO 2017-2018

## ORDINE E DISORDINE

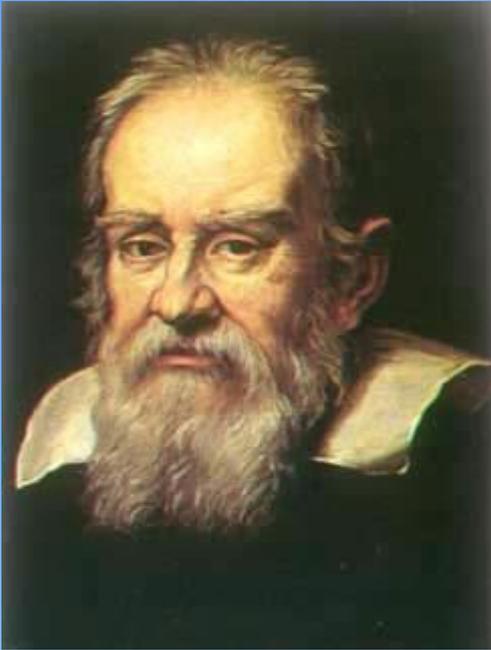
“Un punto di vista matematico”

A cura del Prof. Tullio Radazzo Doc. Matematica-Fisica

LICEO SCIENTIFICO

“LUCIO PICCOLO”

CAPO D'ORLANDO



Galileo Galilei  
1576 - 1642

*“... questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi (io dico l’Universo), non si può intendere se prima non s’impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri nei quali è scritto. **Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un labirinto oscuro.**”*

**Galileo Galilei *Il Saggiatore* 1623**



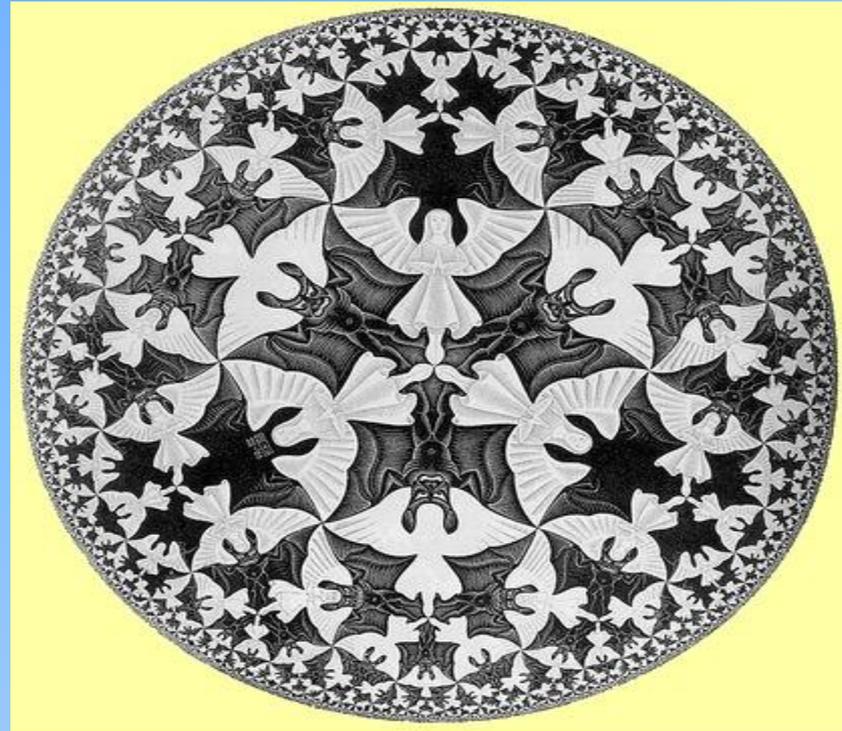
G.H. Hardy, Apologia di un matematico, 1940

*Il matematico, come il pittore e il poeta,  
è un creatore di forme.*

*Se le forme che crea sono più durature  
delle loro è perché le sue sono fatte di  
idee.*

*Il pittore crea forme con i segni ed il  
colore, il poeta con le parole...*

*Il matematico invece non ha altro  
materiale con cui lavorare se non le idee.  
Quindi le forme che crea hanno qualche  
probabilità di durare più a lungo,  
perché le idee si usurano meno delle  
parole...*



L'artista olandese **ESCHER** rappresenta nelle sue Litografie il limite del cerchio IV e del Quadrato. Esempio di Arte Iperbolica. Opere pubblicate nel 1960.

# TAVOLE NUMERICHE

Quadrato - Cubo - Radice quadrata e cubica  
Logaritmo - Reciproco - Seno - Coseno  
Tangente - Cotangente - Logaritmi naturali  
Tavole di interesse, ecc.



NUOVA EDIZIONE COMPLETAMENTE RIVEDUTA

con Prefazione e Note di

**GIUSEPPE PEANO**

Professore di Calcolo Infinitesimale nella R. Università di Torino



UNIONE TIPOGRAFICO-EDITRICE TORINESE

*(via Broletto Piazza Libertà in Principio della Contrada di P. 5 - 1296)*



Giuseppe Peano

1853 – 1932 Torino

Matematico - Educatore

## I NATURALI E LA QUESTIONE DELLO ZERO

I cinque assiomi di Peano sono:

- (1) È dato un elemento “speciale”, 0. (ovvero “0 è un numero naturale”)
- (2) È data una funzione  $S : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$  (ovvero “il successivo di un numero naturale è un numero naturale”)
- (3)  $S$  è iniettiva (ovvero “due numeri che hanno successivi uguali sono uguali”)
- (4) 0 non appartiene all’immagine di  $S$  (ovvero “0 non è successore di alcun numero”)
- (5) Dato un sottoinsieme  $A \subseteq \mathbf{N}$ , se  $0 \in A$  e  $S(A) \subseteq A$  allora  $A = \mathbf{N}$  (questa proprietà costituisce il cosiddetto Principio di induzione: *sia  $\mathcal{P}$  una proposizione sui numeri naturali. Se  $\mathcal{P}(0)$  è vera e se l’essere vera  $\mathcal{P}(n)$  implica la verità di  $\mathcal{P}(n+1)$ , allora  $\mathcal{P}$  è vera per ogni numero naturale*).

# Lo zero e l'infinito

Zero e infinito non sono due numeri come molti credono, ma “due mafiosi”. Che cosa accade quando moltiplichiamo zero per un numero qualsiasi? Che il risultato è sempre zero. Questo succede perché lo zero è sempre più forte del suo moltiplicatore: lo distrugge, lo annienta, lo plagia, lo rende simile a se stesso! La medesima cosa capita anche all'infinito: moltiplicando un numero qualsiasi per infinito tutto tende all'infinito! Se ne deduce che sia lo zero che l'infinito creano prodotti a loro immagine e somiglianza. A questo punto non ci resta che moltiplicare lo zero per l'infinito e vedere che cosa succede?

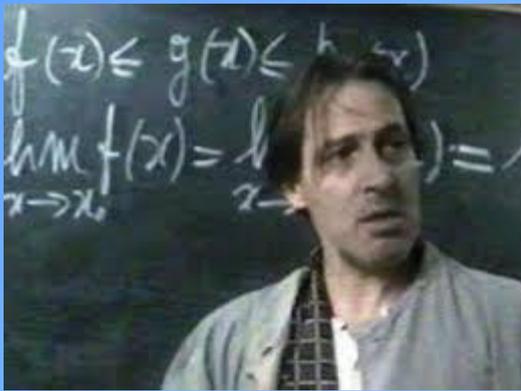


Nastro di Moebius

$$\frac{n}{0} \rightarrow \infty$$

$$\frac{n}{\infty} \rightarrow 0$$

$$0 \cdot \infty = n$$



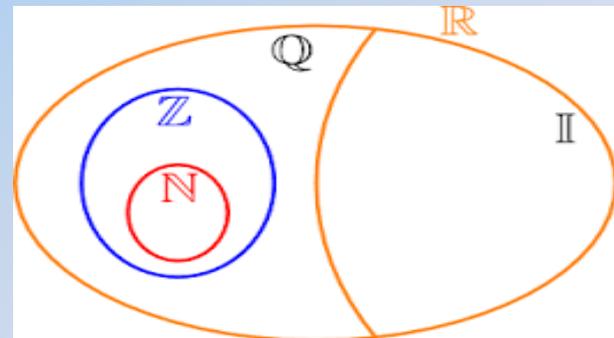
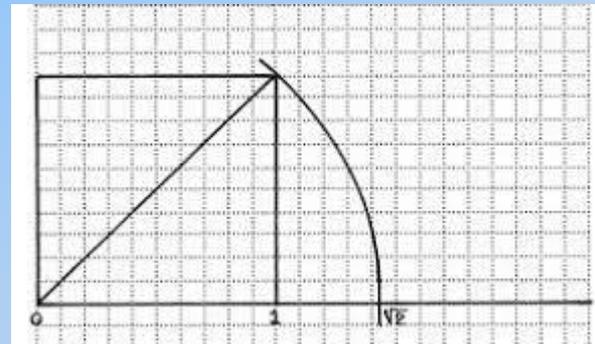
Renato Caccioppoli -  
Matematico Napoletano (1904-1959)

## L'Ordine

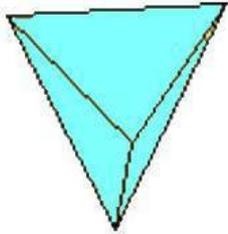
La matematica “della riga e del compasso” risolve il problema e genera Armonia!

## Il Disordine

Il disordine potrebbe essere rappresentato dai numeri irrazionali, cioè da quei numeri che nascono come rapporto tra due numeri incommensurabili, e i cui decimali non finiscono mai, ma proseguono all'infinito. Pensa, ad esempio al rapporto esistente tra la diagonale e il lato del quadrato. Apparentemente sembrerebbe una banale divisione, nei fatti, invece, è un mistero che ti coinvolge.

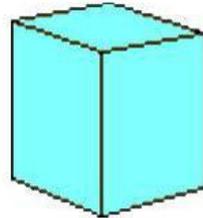


# I solidi Platonici : "Ordine"



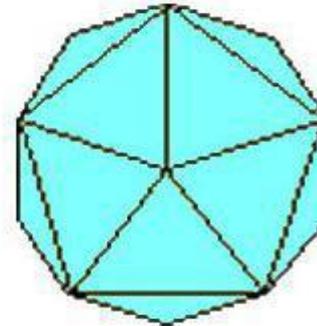
V = 4  
S = 6  
F = 4  
n = 3  
r = 3

TETRAEDRO



V = 8  
S = 12  
F = 6  
n = 4  
r = 3

CUBO  
(o ESAEDRO)

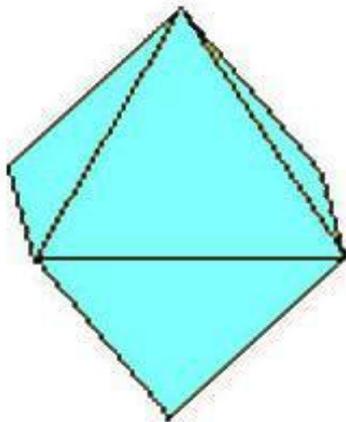


V = 12  
S = 30  
F = 20  
n = 3  
r = 5

ICOSAEDRO

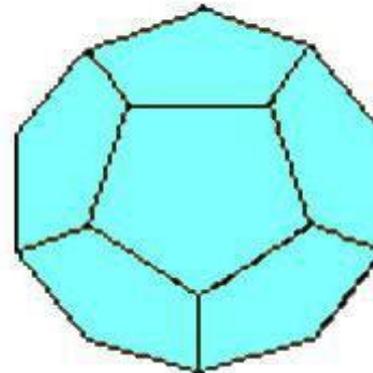
$$V - S + F = 2$$

Relazione di Eulero



V = 6  
S = 12  
F = 8  
n = 3  
r = 4

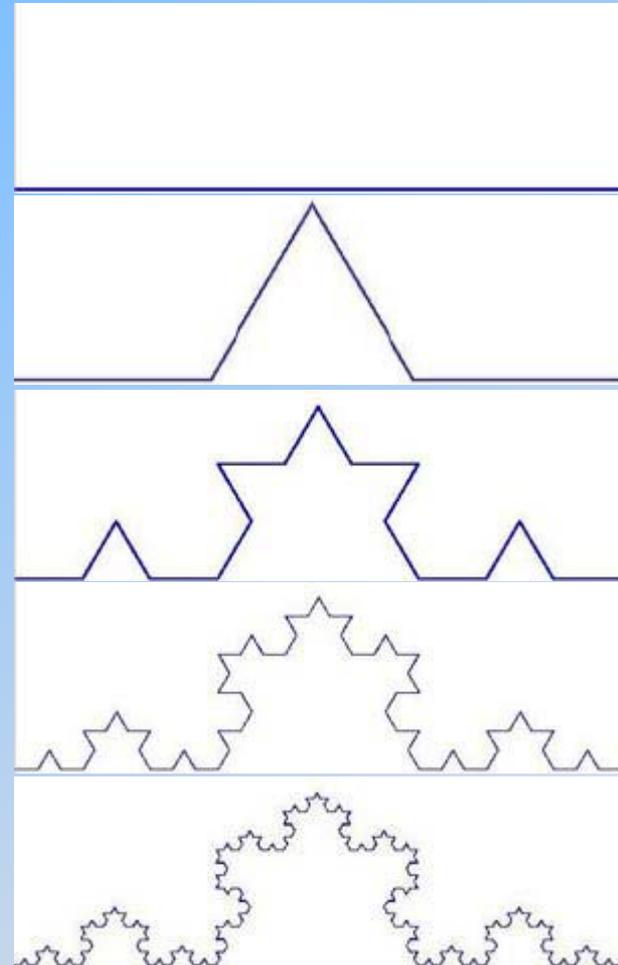
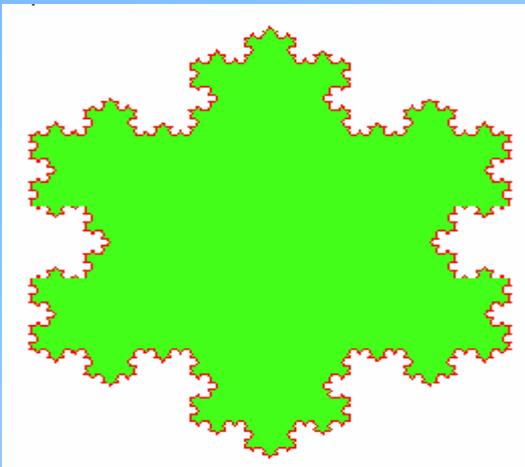
OTTAEDRO



V = 20  
S = 30  
F = 12  
n = 5  
r = 3

DODECAEDRO

## Il perimetro della Gran Bretagna “Disordine”



Merletto o trina di Koch

# La geometria frattale :



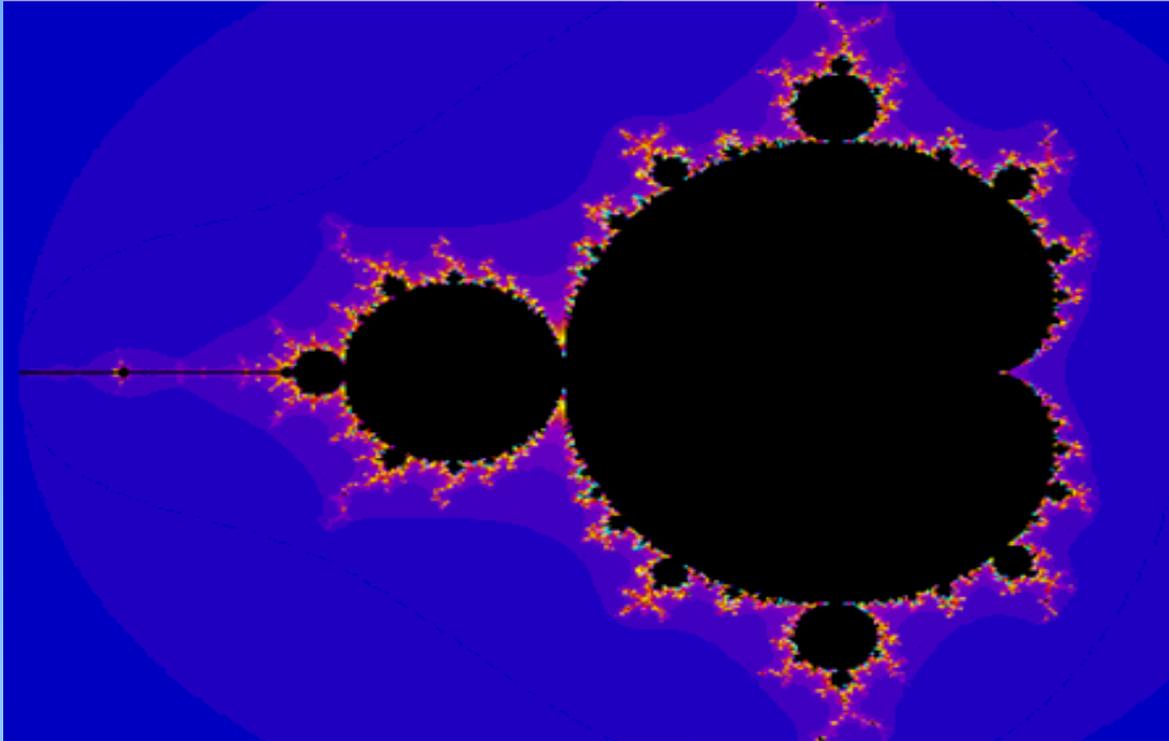
Benoit  
Mandelbrot  
1924 - 2010

- **autosomiglianza** ossia il ripetersi a tutte le scale di ingrandimento di un “motivo” o struttura fondamentale.
- Hanno in genere dimensioni geometriche **Df non intere**.  
La dimensione frattale di un oggetto rappresenta allo stesso tempo il grado di irregolarità, la capacità di riempimento dello spazio e il livello di autosomiglianza
- Sono spesso generati da semplici **funzioni** :  
 $F = \{z \mid z = f(f(f(\dots)))\}$  sia di natura geometrica che analitica.

$$Df = \ln(N)/\ln(S)$$

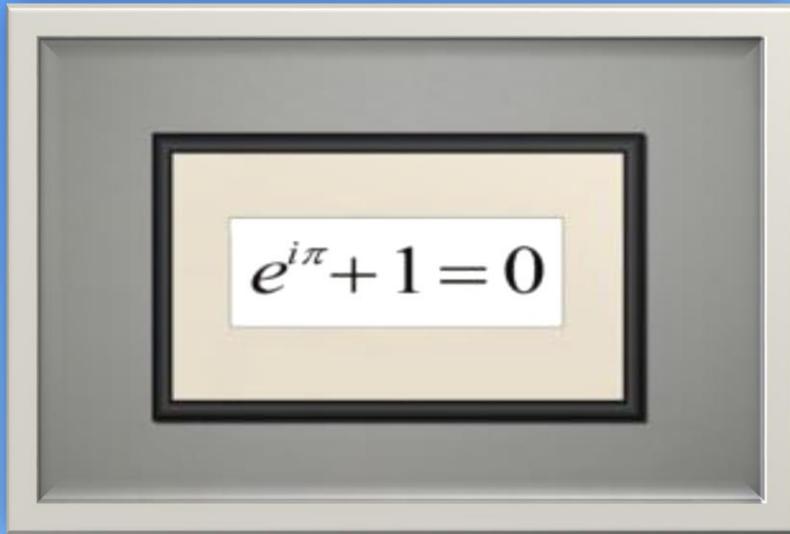
in cui N è il numero delle parti autosimili , in cui un oggetto può essere suddiviso, ed S é il fattore di scala per cui bisogna moltiplicare ciascuna delle parti per sovrapporla al tutto.

# L'insieme di Mandelbrot

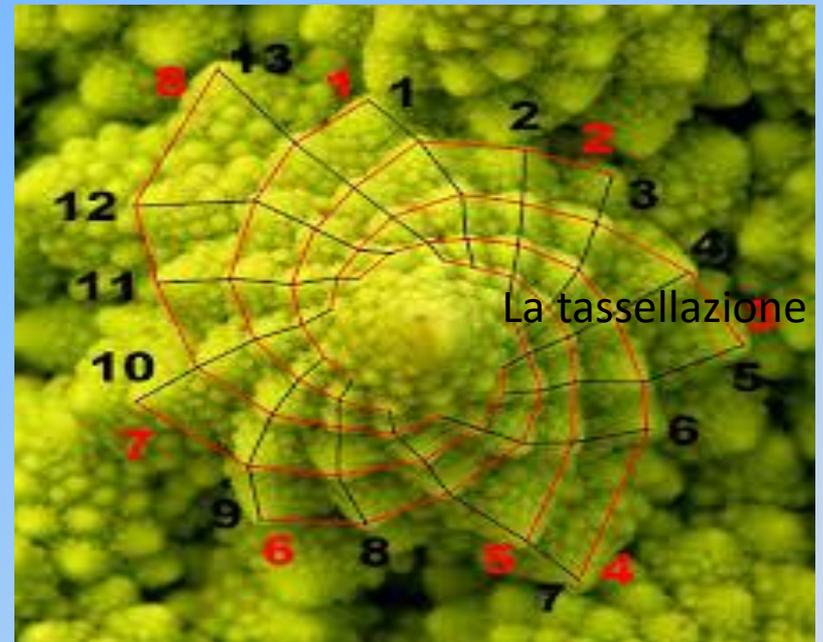


$$z_n^2 = z_{n-1} + C \quad (\text{Insieme di Julia 1970})$$

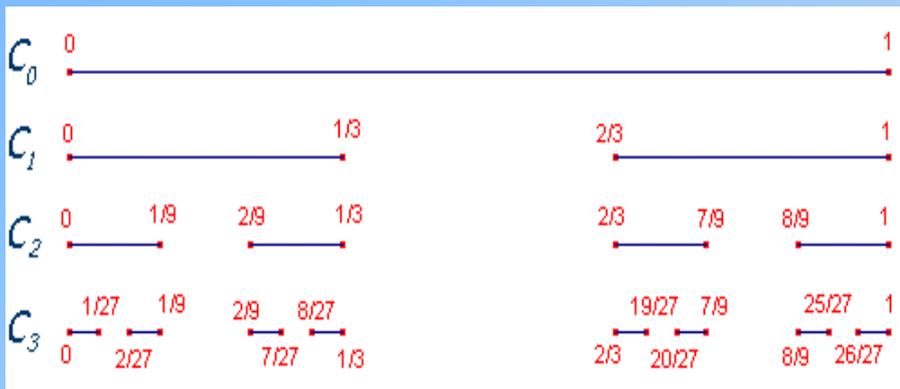
Tutto è "Numero"



La geometria del cavol fiore



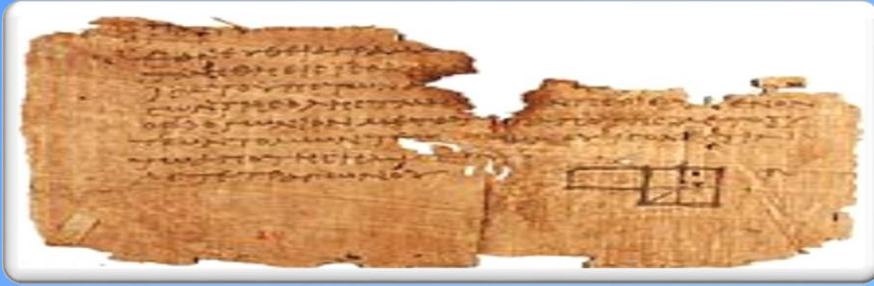
L'insieme di Cantor è un frattale



Le coste inglesi

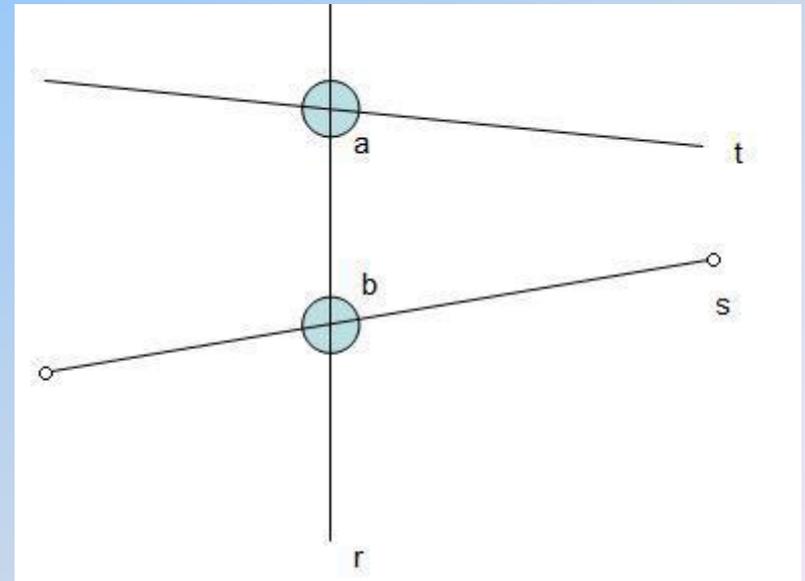


## Euclide e i suoi cinque Postulati

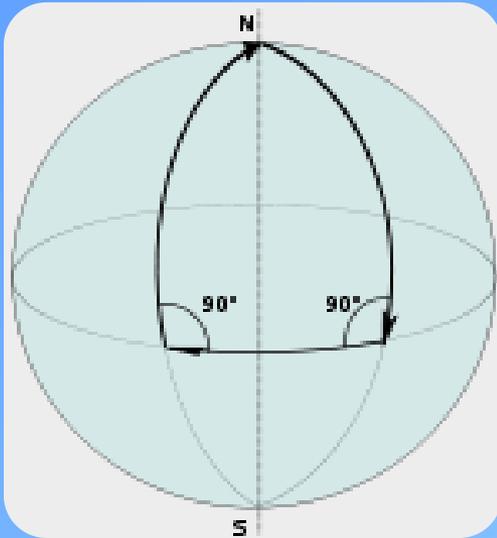


Un frammento di papiro contenente alcuni elementi della geometria di Euclide

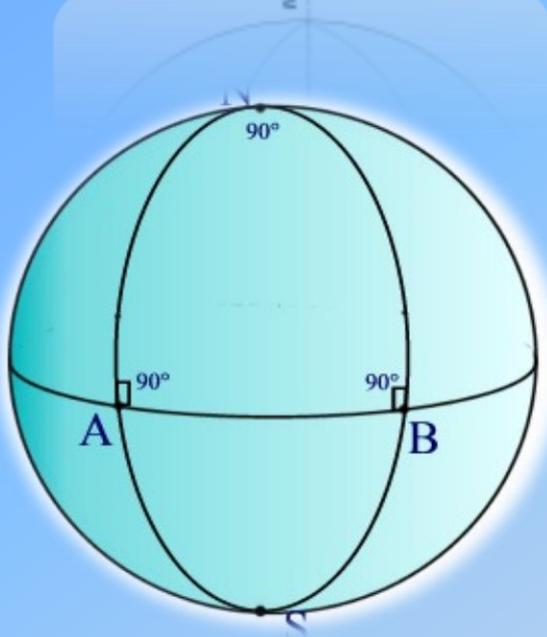
1. Si può condurre una linea retta da un qualsiasi punto ad ogni altro punto.
2. Si può prolungare illimitatamente una retta finita in linea retta.
3. Si può descrivere un cerchio con qualsiasi centro e distanza (raggio).
4. Tutti gli angoli retti sono uguali fra loro.
5. Se, in un piano, una retta, intersecando due altre rette, forma con esse, da una medesima parte, angoli interni la cui somma è minore di due angoli retti, allora queste due rette, se indefinitamente prolungate, finiscono con l'incontrarsi dalla parte detta. Se la somma è uguale a 180 gradi, si hanno allora due rette parallele.



# LA GEOMETRIA ELLITTICA



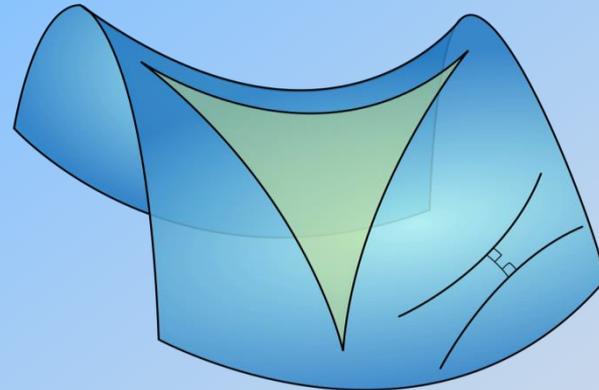
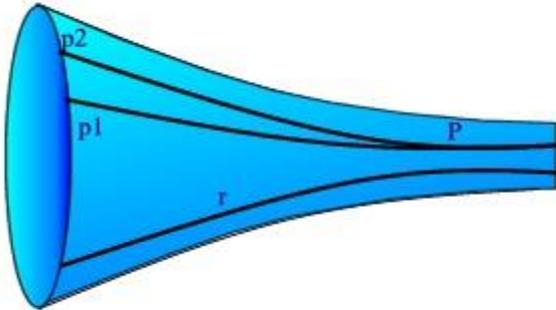
Nella costruzione geometrica proposta da **Riemann** (geometria sferica) non vale l'esistenza: “per un punto  $P$  non appartenente ad una retta  $r$  non si può condurre alcuna parallela alla retta data”.



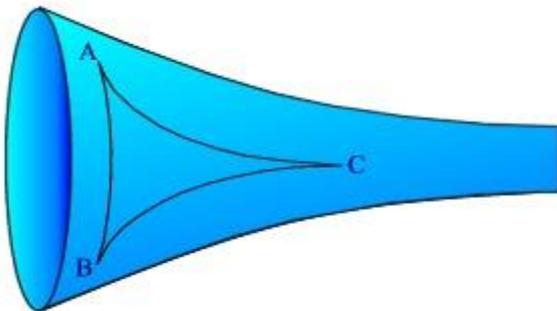
Nella figura sono rappresentati due meridiani perpendicolari all'equatore e che si incontrano perpendicolarmente al polo Nord. Si vede che la somma degli angoli interni del triangolo curvilineo  $ABN$  è  $270^\circ$ . In generale la somma degli angoli interni di un triangolo di questo tipo è sempre maggiore di  $180^\circ$  e non è costante per tutti i triangoli. Mentre nella geometria euclidea la somma degli angoli interni di un triangolo è sempre  $180^\circ$ , nella geometria ellittica la somma degli angoli interni del triangolo è variabile e dipende dalla grandezza del triangolo.

# LA GEOMETRIA IPERBOLICA

Nella geometria di **Lobačevskij** si mostra che si possono costruire geometrie in cui non vale l'unicità: “per un punto  $P$  non appartenente ad una retta  $r$  si può condurre più di una parallela alla retta data” (modello di Klein).

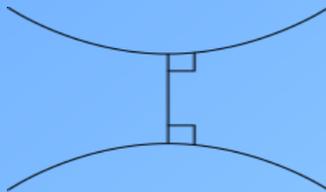


Il triangolo curvilineo  $ABC$  su un pezzo di pseudo sfera è il corrispondente di un triangolo rettilineo del piano euclideo, perché è composto da linee geodetiche. La somma degli angoli interni di questo triangolo è minore di  $180^\circ$  e dipende dalla grandezza del triangolo

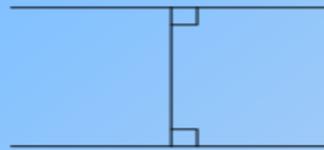


# LA NASCITA DELLE GEOMETRIE NON EUCLIDEE

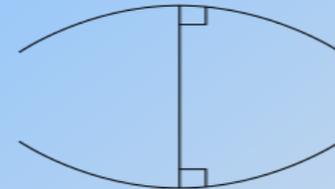
La nascita delle nuove Geometrie è una questione di Ordine oppure di Armonia ?



Iperbolica



Euclidea



Ellittica



Sicuramente una questione di ARMONIA !

La **Matematica** è una **scienza** ma è anche un'**arte**,  
che raggiunge i suoi livelli più alti quando entra in gioco la **creatività**.

Filippo Camerota, che ha dedicato la sua carriera di studioso alle intersezioni tra arte e discipline scientifiche, ne è certo.

“Con i **numeri**, sostiene, si possono creare **forme** e con la forma si entra nella dimensione del linguaggio visuale, altro modo di comunicare che accompagna l'umanità fin dalle sue origini.

La **matematica** può essere **emozionale** almeno quanto l'**arte** può essere **razionale** ragione e furor creativo convivono in entrambe le discipline”

Filippo Camerota : architetto e vicedirettore del museo Galileo di storia della scienza di Firenze.

“Posso dire che **zero** mele equivalgono a **zero** baci , o c'è una differenza qualitativa tra il primo e il secondo **zero**? “

“Dipende dall'interlocutore” , rispose Caccioppoli. Se stai parlando a un Matematico puoi usare lo **zero** né più né meno di come usi il **tre** o l'**otto**, se parli a un Poeta no : per il Poeta lo **zero** e l'**infinito** non sono **numeri** ma **emozioni**.

**Uno** : Parmenide

**Due** : il dubbio

**Tre** : L'amante

**Quattro** : L'apocalisse

**Cinque** : I sensi

**sei** : La sufficienza

**Sette** : I peccati capitali, le note, i setti nani, i colli, i re di Roma

**Otto** : non mi viene in mente niente

**Nove** Beethoven

**Dieci** : Pitagora

**Zero** : la morte per quelli che non credono in Dio

**Infinito** : la morte per quelli che credono in Dio



Museo di storia della scienza , Firenze.

**GRAZIE PER L'ATTENZIONE**